L'ARITHMETIQUE

D. LE FUR

Lycée Pasteur, São Paulo

Sommaire

La division euclidienne d'un entier a par un entier b donne deux résultats :

- un quotient q ;
- un reste r.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

Alors, $a = b \times q + r$.

Si le reste de la division est nul,

La division euclidienne d'un entier a par un entier b donne deux résultats :

- un quotient q ;
- un reste r.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

Alors, $a = b \times q + r$.

Si le reste de la division est nul,

- b est un diviseur de a.

La division euclidienne d'un entier a par un entier b donne deux résultats :

- un quotient q ;
- un reste r.

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

Alors, $a = b \times q + r$.

Si le reste de la division est nul,

- b est un diviseur de a.
- a est un multiple de b.

$$\begin{array}{ccc|cc} 7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5} & & & & \end{array}$$

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\
\cline{4-5}
 & & & 3 & \\
\end{array}
$$

.

$$\begin{array}{ccc|cc} 7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5} 6 & 3 & & 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5}
6 & 3 & & 3 & \\
 & 9 & & & \\
 & & & & \\
\end{array}$$

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\
\cline{4-5}
6 & 3 & & 3 & \\
 & 9 & 5 & & \\
 & & & & \\
 & & & & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5}
6 & 3 &   & 3 & 4 \\
  & 9 & 5 &   &   \\
  &   &   &   &   \\
  &   &   &   &
\end{array}
$$

$$\begin{array}{ccc|cc} 7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5} 6 & 3 & & 3 & 4 \\ & 9 & 5 & & \\ & 8 & 4 & & \end{array}$$

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5}
6 & 3 & & 3 & 4 \\
 & 9 & 5 & & \\
 & 8 & 4 & & \\
 & 1 & 1 & & \\
\end{array}
$$

$$\begin{array}{ccc|cc} 7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5} 6 & 3 & & 3 & 4 \\ & 9 & 5 & & \\ & 8 & 4 & & \\ & 1 & 1 & & \end{array}$$

Alors, $725 =$.

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5}
6 & 3 & & 3 & 4 \\
 & 9 & 5 & & \\
 & 8 & 4 & & \\
 & 1 & 1 & & \\
\end{array}
$$

Alors, $725 = 21 \times 34 + 11$.

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5}
6 & 3 & & 3 & 4 \\
 & 9 & 5 & & \\
 & 8 & 4 & & \\
 & 1 & 1 & &
\end{array}
$$

Alors, $725 = 21 \times 34 + 11$.

Le reste étant non nul,

$$
\begin{array}{ccc|cc}
7 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ \cline{4-5}
6 & 3 & & 3 & 4 \\
 & 9 & 5 & & \\
 & 8 & 4 & & \\
 & 1 & 1 & &
\end{array}
$$

Alors, $725 = 21 \times 34 + 11$.

Le reste étant non nul, 21 n'est pas un diviseur de 725.

$$\begin{array}{cccc|cc} 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6} \end{array}$$

.

$$\begin{array}{cccc|cc} 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6} & & & & 4 & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array}$$

.

1	5	4	8	3	6
1	4	4		4	

$$
\begin{array}{cccc|cc}
1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6}
1 & 4 & 4 & & 4 & \\
 & 1 & 0 & & & \\
 & & & & & \\
\end{array}
$$

.

1	5	4	8	3	6
1	4	4		4	
	1	0	8		

1	5	4	8	3	6
1	4	4		4	3
	1	0	8		

.

$$
\begin{array}{cccc|cc}
1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6}
1 & 4 & 4 & & 4 & 3 \\
 & 1 & 0 & 8 & & \\
 & 1 & 0 & 8 & & \\
 & & & & &
\end{array}
$$

.

$$\begin{array}{cccc|cc} 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6} 1 & 4 & 4 & & 4 & 3 \\ & 1 & 0 & 8 & & \\ & 1 & 0 & 8 & & \\ & & & 0 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|cc}
1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6}
1 & 4 & 4 & & 4 & 3 \\
 & 1 & 0 & 8 & & \\
 & 1 & 0 & 8 & & \\
 & & & 0 & &
\end{array}$$

Alors, $1548 =$.

$$\begin{array}{rrrr|rr} 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6} 1 & 4 & 4 & & 4 & 3 \\ & 1 & 0 & 8 & & \\ & 1 & 0 & 8 & & \\ & & & 0 & & \end{array}$$

Alors, $1548 = 36 \times 43$.

$$\begin{array}{cccc|cc} 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6} 1 & 4 & 4 & & 4 & 3 \\ & 1 & 0 & 8 & & \\ & 1 & 0 & 8 & & \\ & & & 0 & & \end{array}$$

Alors, $1548 = 36 \times 43$.

Le reste étant nul,

$$
\begin{array}{cccc|cc}
1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 6 \\ \cline{5-6}
1 & 4 & 4 & & 4 & 3 \\
 & 1 & 0 & 8 & & \\
 & 1 & 0 & 8 & & \\
 & & & 0 & &
\end{array}
$$

Alors, $1548 = 36 \times 43$.

Le reste étant nul,
36 est un diviseur de 1548.

Sommaire

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair, c'est-à-dire s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair, c'est-à-dire s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Par exemple, 681 est divisible par 3 car $6 + 8 + 1 = 15$ (qui est divisible par 3).

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair, c'est-à-dire s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Par exemple, 681 est divisible par 3 car $6 + 8 + 1 = 15$ (qui est divisible par 3).
Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair, c'est-à-dire s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Par exemple, 681 est divisible par 3 car $6 + 8 + 1 = 15$ (qui est divisible par 3).

Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Par exemple, 30 546 est divisible par 9 car $3 + 0 + 5 + 4 + 6 = 18$ (qui est divisible par 9).

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair, c'est-à-dire s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Par exemple, 681 est divisible par 3 car $6 + 8 + 1 = 15$ (qui est divisible par 3).

Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Par exemple, 30 546 est divisible par 9 car $3 + 0 + 5 + 4 + 6 = 18$ (qui est divisible par 9).

Un nombre entier est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Sommaire

Pour chercher la liste des diviseurs d'un nombre entier, on utilise un tableau à deux colonnes :

- la première colonne commence par le nombre lui-même (le plus grand diviseur) ;
- la deuxième colonne commence par le nombre 1 (le plus petit diviseur).

En effet tout nombre est au moins divisible par 1 et par lui-même. Ensuite, on essaie de compléter la deuxième colonne en cherchant les diviseurs dans l'ordre croissant. On complète alors la ligne de manière à ce que le produit des deux diviseurs de la ligne soit égal au nombre étudié.
La recherche se termine quand le diviseur trouvé a déjà été écrit dans la colonne de gauche.

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
	2

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2
	3

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2
8	3

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2
8	3
	4

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2
8	3
6	4

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2
8	3
6	4

Les diviseurs de 24 sont :

Cherchons la liste des diviseurs de 24 :

24	1
12	2
8	3
6	4

Les diviseurs de 24 sont :
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
	2

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2
	4

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2
16	4

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2
16	4
	8

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2
16	4
8	8

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2
16	4
8	8

Les diviseurs de 64 sont :

Cherchons la liste des diviseurs de 64 :

64	1
32	2
16	4
8	8

Les diviseurs de 64 sont :
1, 2, 4, 8, 16, 32 et 64.

Sommaire

Un nombre est premier s'il n'est divisible que par 1 et par lui-même.
Ainsi, 11 est premier mais pas 10 car $10 = 2 \times 5$.

Voici, la liste des nombres entiers inférieurs à 50 :

	1	2	3		5		7		
	11		13				17		19
			23						29
	31						37		
	41		43				47		

Sommaire

Un nombre entier est un diviseur commun à deux nombres entiers a et b s'il divise à la fois a et b.
Ainsi, 1 est diviseur commun à tout couple de nombres.

Un nombre entier est un diviseur commun à deux nombres entiers a et b s'il divise à la fois a et b.
Ainsi, 1 est diviseur commun à tout couple de nombres.
Parmi la liste des diviseurs commun à a et b, on s'intéressera en particulier au plus grand d'entre eux : le **P**lus **G**rand **C**ommun **D**iviseur noté $PGCD(a; b)$.

Cherchons la liste des diviseurs communs à 36 et 48 :

Cherchons la liste des diviseurs communs à 36 et 48 :

36	1
18	2
12	3
9	4
6	6

Cherchons la liste des diviseurs communs à 36 et 48 :

36	1
18	2
12	3
9	4
6	6

48	1
24	2
16	3
12	4
8	6

Cherchons la liste des diviseurs communs à 36 et 48 :

36	1
18	2
12	3
9	4
6	6

48	1
24	2
16	3
12	4
8	6

Cherchons la liste des diviseurs communs à 36 et 48 :

36	1
18	2
12	3
9	4
6	6

48	1
24	2
16	3
12	4
8	6

Les diviseurs communs à 36 et 48 sont :

Cherchons la liste des diviseurs communs à 36 et 48 :

36	1
18	2
12	3
9	4
6	6

48	1
24	2
16	3
12	4
8	6

Les diviseurs communs à 36 et 48 sont :
1, 2, 3, 4, 6 et 12.

Sommaire

Deux nombres entiers a et b sont premiers entre eux si leur seul diviseur commun est 1, c'est-à-dire :

Deux nombres entiers a et b sont premiers entre eux si leur seul diviseur commun est 1, c'est-à-dire :

$$PGCD(a; b) = 1.$$

Montrons que 45 et 28 sont premiers entre eux :

Montrons que 45 et 28 sont premiers entre eux :

45	1
15	3
9	5

Montrons que 45 et 28 sont premiers entre eux :

45	1
15	3
9	5

28	1
14	2
7	4

Montrons que 45 et 28 sont premiers entre eux :

45	1
15	3
9	5

28	1
14	2
7	4

Montrons que 45 et 28 sont premiers entre eux :

45	1
15	3
9	5

28	1
14	2
7	4

Le seul diviseur commun à 45 et 28 est 1 :
45 et 28 sont premiers entre eux.

Sommaire

Principe

Si un nombre entier divise deux nombres, il divise également leur différence.

Dans cette méthode, on utilise un tableau à trois colonnes contenant par ligne, de gauche à droite :

- le plus grand nombre ;
- le plus petit nombre ;
- leur différence.

Pour passer à la ligne suivante, on commence par placer dans l'ordre les deux derniers nombres de la ligne précédente.

Le dernier nombre non nul du tableau est le PGCD.

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a - b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225 \; ; \; 731) =$

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.

Vérifions :

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.

Vérifions :

$3\,225 = \mathbf{43} \times$

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.

Vérifions :

$3\,225 = \mathbf{43} \times 75$

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225 \; ; \; 731) = 43$.

Vérifions :

$3\,225 = \mathbf{43} \times 75$

$731 = \mathbf{43} \times$

Cherchons par la méthode des soustractions successives le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	$a-b$
3 225	731	2 494
2 494	731	1 763
1 763	731	1 032
1 032	731	301
731	301	430
430	301	129
301	129	172
172	129	43
129	43	86
86	43	43
43	43	0

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.

Vérifions :

$3\,225 = \mathbf{43} \times 75$

$731 = \mathbf{43} \times 17$

Sommaire

Principe

Si un nombre entier divise deux nombres, il divise également le reste de leur division euclidienne.

Dans cette méthode, on utilise un tableau à trois colonnes contenant par ligne, de gauche à droite :

- le plus grand nombre ;
- le plus petit nombre ;
- le reste de leur division euclidienne.

Pour passer à la ligne suivante, on commence par placer dans l'ordre les deux derniers nombres de la ligne précédente.

Le dernier nombre non nul du tableau est le PGCD.

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	

$$3\,225 = 731 \times 4 + 301$$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731		

$$3\,225 = 731 \times 4 + 301$$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	

$$3\,225 = 731 \times 4 + 301$$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301		

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

$301 = 129 \times 2 + 43$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$
$301 = 129 \times 2 + 43$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129		

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

$301 = 129 \times 2 + 43$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$
$301 = 129 \times 2 + 43$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

$301 = 129 \times 2 + 43$

$129 = 43 \times 3$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	0

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$

$731 = 301 \times 2 + 129$

$301 = 129 \times 2 + 43$

$129 = 43 \times 3$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r	
3 225	731	301	$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
731	301	129	$731 = 301 \times 2 + 129$
301	129	43	$301 = 129 \times 2 + 43$
129	43	0	$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) =$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r	
3 225	731	301	$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
731	301	129	$731 = 301 \times 2 + 129$
301	129	43	$301 = 129 \times 2 + 43$
129	43	0	$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r	
3 225	731	301	$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
731	301	129	$731 = 301 \times 2 + 129$
301	129	43	$301 = 129 \times 2 + 43$
129	43	0	$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.
Vérifions :

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	0

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$
$301 = 129 \times 2 + 43$
$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.
Vérifions :
$3\,225 = \mathbf{43} \times$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	0

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$
$301 = 129 \times 2 + 43$
$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.
Vérifions :
$3\,225 = \mathbf{43} \times 75$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	0

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$
$301 = 129 \times 2 + 43$
$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.
Vérifions :
$3\,225 = \mathbf{43} \times 75$
$731 = \mathbf{43} \times$

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 3 225 et 731.

a	b	r
3 225	731	301
731	301	129
301	129	43
129	43	0

$3\,225 = 731 \times 4 + 301$
$731 = 301 \times 2 + 129$
$301 = 129 \times 2 + 43$
$129 = 43 \times 3$

D'où, $PGCD(3\,225\ ;\ 731) = 43$.
Vérifions :
$3\,225 = \mathbf{43} \times 75$
$731 = \mathbf{43} \times 17$

Sommaire

Enoncé

Simplifier la fraction $\dfrac{851}{2\,331}$.

Solution
Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 2 331 et 851.

Solution
Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 2 331 et 851.

a	b	r	
2 331	851	629	$2\,331 = 851 \times 2 + 629$
851	629	222	$851 = 629 \times 1 + 222$
629	222	185	$629 = 222 \times 2 + 185$
222	185	37	$222 = 185 \times 1 + 37$
185	37	0	$185 = 37 \times 5$

D'où, $PGCD(2\,331\ ;\ 851) = 37$.

D'où, $PGCD(2\,331\ ;\ 851) = 37$.

Vérifions :

$2\,331 = \mathbf{37} \times 63$

$851 = \mathbf{37} \times 23$

D'où, $PGCD(2\,331 \ ; \ 851) = 37$.

Vérifions :
$2\,331 = \mathbf{37} \times 63$
$851 = \mathbf{37} \times 23$

D'où la simplification :

$$\frac{851}{2\,331} = \frac{\mathbf{37} \times 23}{\mathbf{37} \times 63} = \frac{23}{63}$$

Sommaire

Enoncé

Montrer que les nombres 972 et 1 073 sont premiers entre eux.

Solution

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 1 073 et 972.

Solution

Cherchons par l'algorithme d'Euclide le PGCD de 1 073 et 972.

a	b	r	
1 073	972	101	$1\,073 = 972 \times 1 + 101$
972	101	163	$972 = 101 \times 9 + 163$
163	101	62	$163 = 101 \times 1 + 62$
101	62	39	$101 = 62 \times 1 + 39$
62	39	23	$62 = 39 \times 1 + 23$
39	23	16	$39 = 23 \times 1 + 16$
23	16	7	$23 = 16 \times 1 + 7$
16	7	2	$16 = 7 \times 2 + 2$
7	2	1	$7 = 2 \times 3 + 1$
2	1	0	$2 = 1 \times 2$

D'où, $PGCD(1\,073\ ;\ 972) = 1$.

D'où, $PGCD(1\,073\ ;\ 972) = 1$.

Les nombres 1 073 et 972 sont alors premiers entre eux.