Exercice 1

Un représentant prépare sa tournée : il vend deux types de produits A et B, conditionnés dans des cartons de 40 dm^3 pesant respectivement 30 kg et 15 kg.

Il s'approvisionne chez un fournisseur qui lui facture 20 € le carton de produit A et 40 € le carton de produit B. Le représentant ne peut pas acheter plus de 1 700 € de produits et doit limiter son chargement à 1,2 tonnes et 2 000 dm^3.

La société qui l'emploie lui verse, par carton vendu, 12 € pour le produit A et 8 € pour le produit B.

On suppose qu'il peut vendre l'ensemble de sa cargaison.

1) Montrer que le système de contraintes peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \\ x + y \leqslant 50 \\ 2x + y \leqslant 80 \\ x + 2y \leqslant 85 \end{cases}$$

2) Représenter graphiquement ce système en prenant :
- 1 cm pour 5 cartons de produit A en abscisses ;
- 1 cm pour 5 cartons de produit B en ordonnées.

3) Déterminer les coordonnées des sommets du polygone solution.

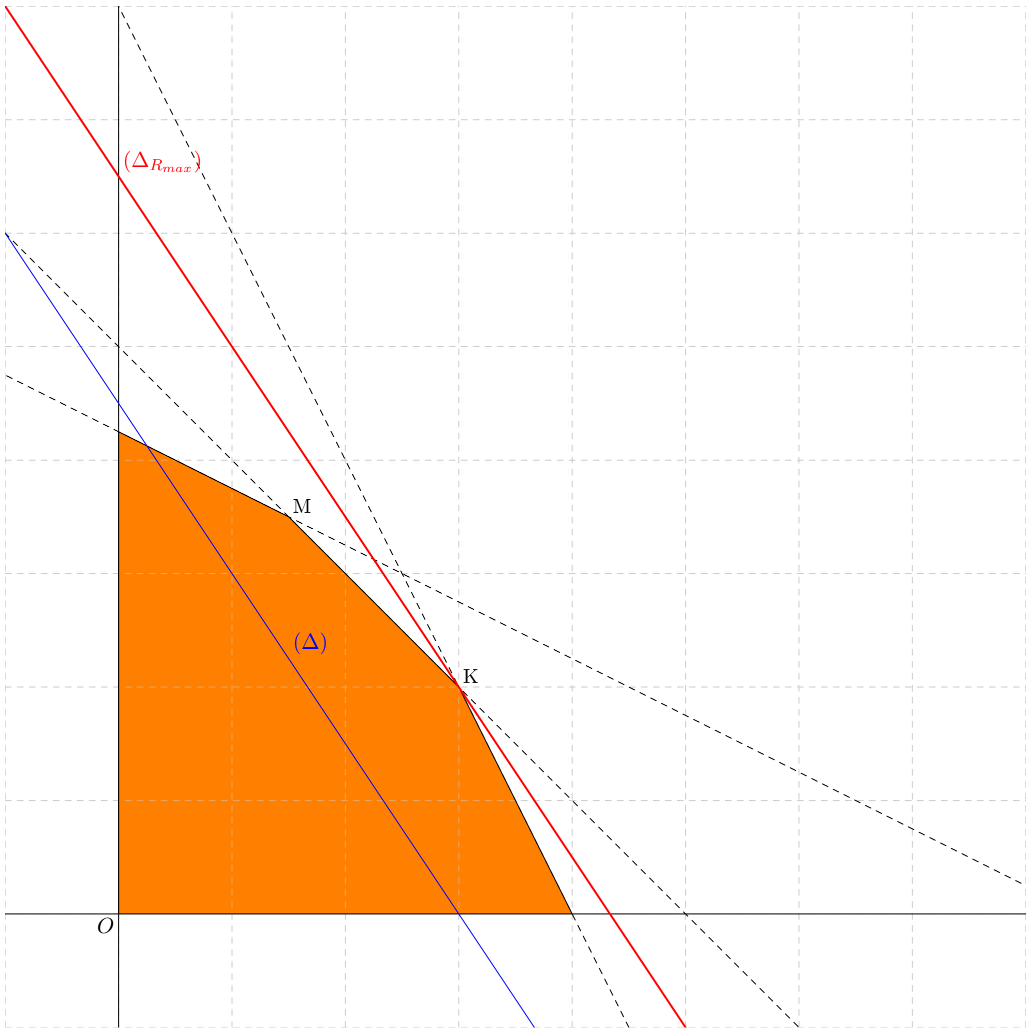
4) Exprimer le bénéfice R en fonction de x et y.

5) **a)** Tracer la droite de bénéfice (Δ) correspondant à 10 cartons de produit A et à 30 cartons de produit B. On donnera son équation réduite.

b) Représenter alors graphiquement la droite ($\Delta_{R_{max}}$) correspondant à un revenu maximal R_{max}.

6) Déterminer la composition du chargement qui lui assurera le revenu le plus intéressant. Quel est alors ce revenu ?

Illustration



$(\Delta_{R_{max}})$
M
(Δ)
K
O

Exercice 2

Un artisan fabrique des objets A et des objets B.
La réalisation d'un objet A demande 30 € de matière première et 125 € de main-d'œuvre.
La réalisation d'un objet B demande 70 € de matière première et 75 € de main-d'œuvre.
Les profits réalisés sont de 54 € par objet A et de 45 € par objet B.
On note x le nombre d'objets A fabriqués et y le nombre d'objets B fabriqués en une journée.
La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 €.
La dépense journalière en main-d'œuvre ne doit pas dépasser 1 250 €.

1) Traduire ces deux hypothèses par des inéquations.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm). Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x ; y)$ dont les coordonnées vérifient les contraintes.

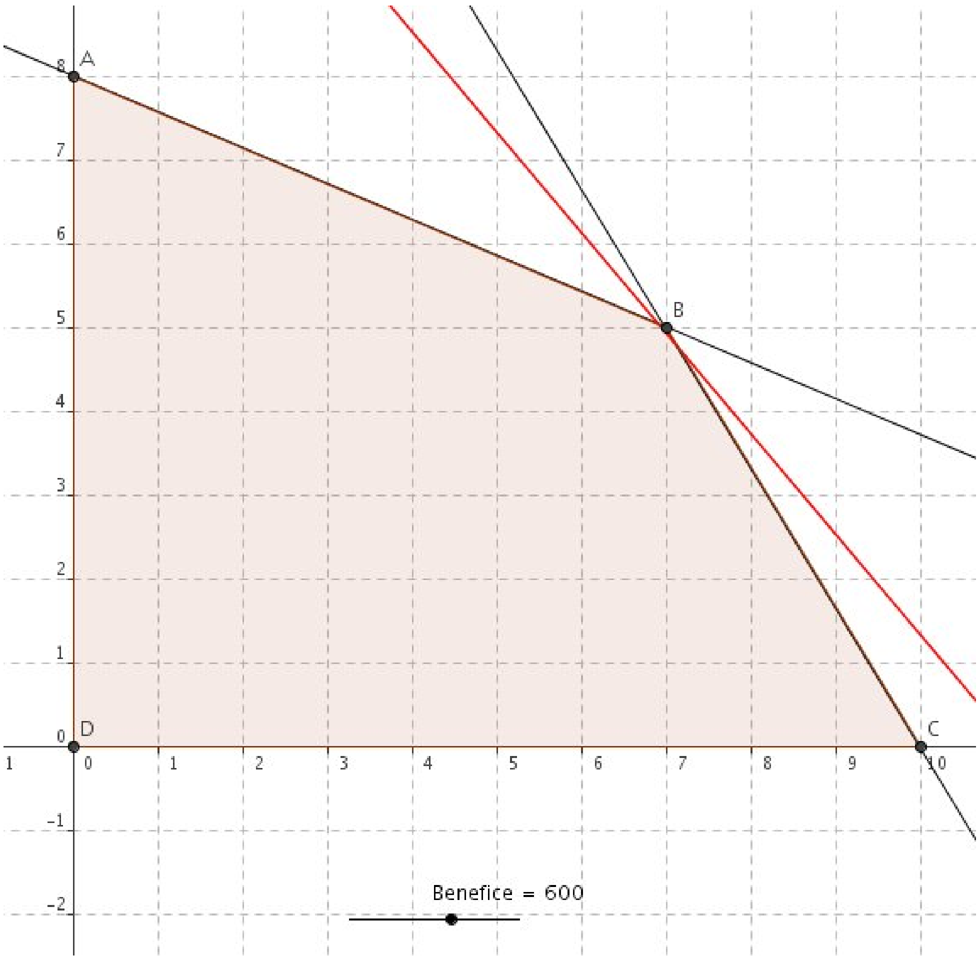
3) Exprimer le bénéfice journalier en fonction de x et de y.

4) Tracer la droite correspondant à un bénéfice de 540 €.

5) Tracer la droite correspondant au bénéfice maximum.

6) Déterminer la production d'objets A et B qui assurerait ce bénéfice maximum. On précisera cette production journalière.
En déduire le montant du bénéfice.

Illustration



Exercice 3

Pour pouvoir partir en voyage scolaire, une classe organise une vente de gâteaux pendant les récréations.
En une semaine, les élèves ne peuvent en fabriquer au maximum que 60 (des gros et des petits).
Chaque gros gâteau nécessite 2 oeufs : chaque petit gâteau 1 oeuf.
On dispose en tout de 100 oeufs.
Les gros gâteaux sont plus rapidement fabriqués que les petits. Hors cuisson, il faut 9 min de préparation pour un gros gâteau et 27 min pour un petit gâteau.
Les élèves ne peuvent consacrer que 18 heures au maximum à la préparation de ces gâteaux.
On appelle x le nombre de gros gâteaux et y le nombre de petits gâteaux fabriqués.

1) Vérifiez que les coupes $(x\,;\; y)$ sont solutions de :

$$(S) \qquad \begin{cases} x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \\ x+y \leqslant 60 \\ 2x+y \leqslant 100 \\ x+3y \leqslant 120 \end{cases}$$

2) Représenter dans un repère l'ensemble D des points $M(x\,;\; y)$ tels que $(x\,;y)$ soit solution du (S).
On notera (D_1) la droite d'équation $x+y=60$, (D_2) la droite d'équation $2x+y=100$ et (D_3) la droite d'équation $x+3y=120$.
Sur chaque axe, on prendra comme unité graphique 1 cm pour 10 gâteaux.
On donnera des explications sur la construction des droites et on coloriera le polygone solution en nommant ses sommets.

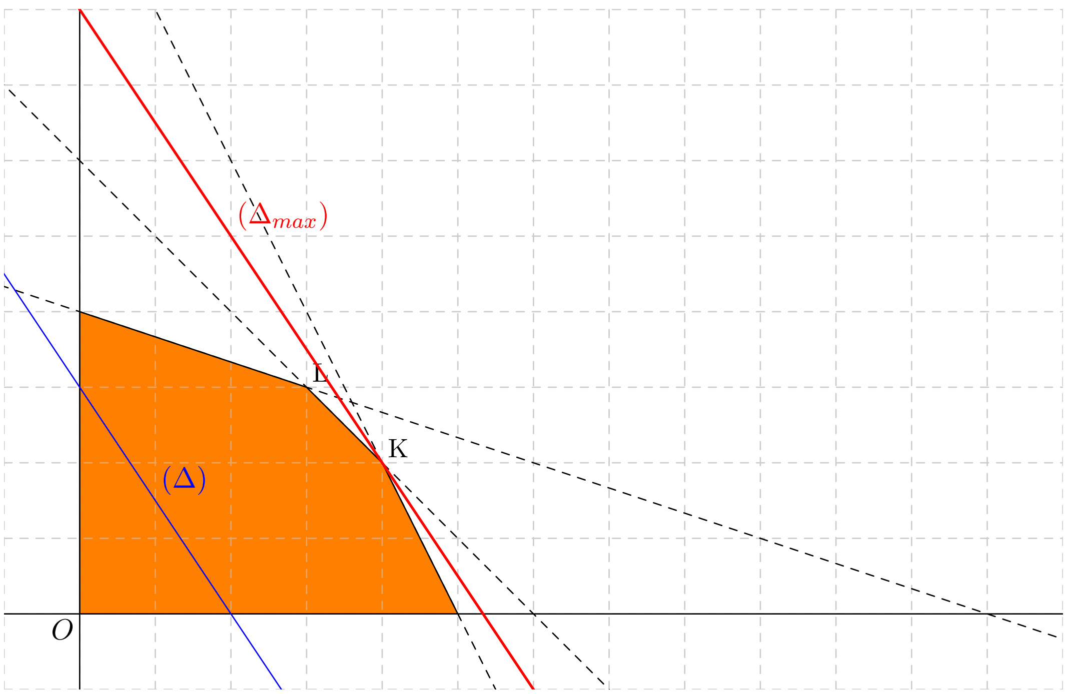
3) Chaque gros gâteau rapporte un bénéfice de 3 € et chaque petit gâteau un bénéfice de 2 €.
On note b le bénéfice total.

a) Exprimer b en fonction de x et y.

b) Après avoir comparer les bénéfices obtenues pour chaque sommet du polygone des solutions, trouver le couple $(x_0\,;\; y_0)$ pour lequel le bénéfice est maximal.

c) Quel est le bénéfice maximal que l'on peut réaliser en une semaine ?

Illustration



Exercice 4

Dans un centre de loisirs, il est possible de prendre une carte d'abonnement annuelle de 140 €, commune à la discothèque et au cinéma.
A la discothèque, l'entrée sans réduction est de 15 € et l'abonnement donne droit à une réduction de 40 %.
Au cinéma, l'entrée sans réduction est de 8 € et l'abonnement donne droit à une réduction de 50 %.
On appelle x le nombre annuel d'entrées à la discothèque et y le nombre annuel d'entrées au cinéma.
On note A les dépenses annuelles effectuées par un utilisateur pour la discothèque et le cinéma avec la carte d'abonnement, B sans carte d'abonnement.
On pose $\mathrm{E} = \mathrm{B} - \mathrm{A}$.

1) Exprimer A en fonction de x et y.

2) Exprimer B en fonction de x et y.

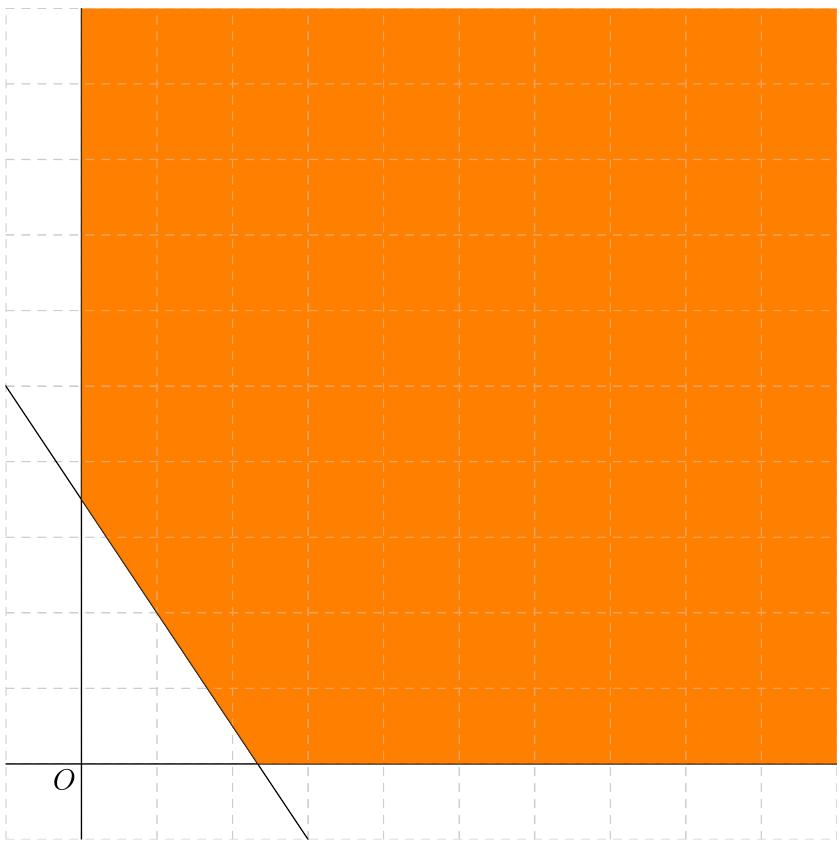
3) Montrer que $\mathrm{E} = 6x + 4y - 140$.

4) **a)** Tracer dans un repère la droite d'équation : $y = -1,5x + 35$.

b) Que représente cette droite pour le problème posé ?

c) Représenter en couleur l'ensemble des points $\mathrm{M}(x\ ;\ y)$ du plan pour lesquels la carte d'abonnement est rentable.

Illustration



Exercice 5

Pour sa production, une entreprise agro-alimentaire fabriquant deux produits (A et B) se fournit auprès de deux cultivateurs : M. Paul Ysant et M. Arthur Griculteur. On note x le nombre de tonnes achetées à M. Ysant, et y le nombre de tonnes achetées à M. Griculteur.
Avec une tonne de M. Ysant achetée 200 €, on fabrique 400 produits A.
Avec une tonne de M. Griculteur achetée 500 €, on fabrique 300 produits B.
On souhaite produire au total plus de 1200 produits, pour un coût de matière première inférieur ou égal à 4900 €.
Par ailleurs, la production de M. Griculteur ne peut excéder celle de M. Ysant de plus de 7 tonnes, et M. Ysant ne peut pas produire plus de 10 tonnes.

1) Montrer que les contraintes de production correspondent au système suivant :

$$(S) \quad \begin{cases} 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ y \geqslant 0 \\ 4x + 3y \geqslant 12 \\ -x + y \leqslant 7 \\ 2x + 5y \leqslant 49 \end{cases}$$

2) Représenter graphiquement dans un repère orthonormé (unité : le cm) les solutions de ce système.

3) Le bénéfice b réalisé est de 0,15 € sur chaque produit A et de 0,80 € sur chaque produit B.

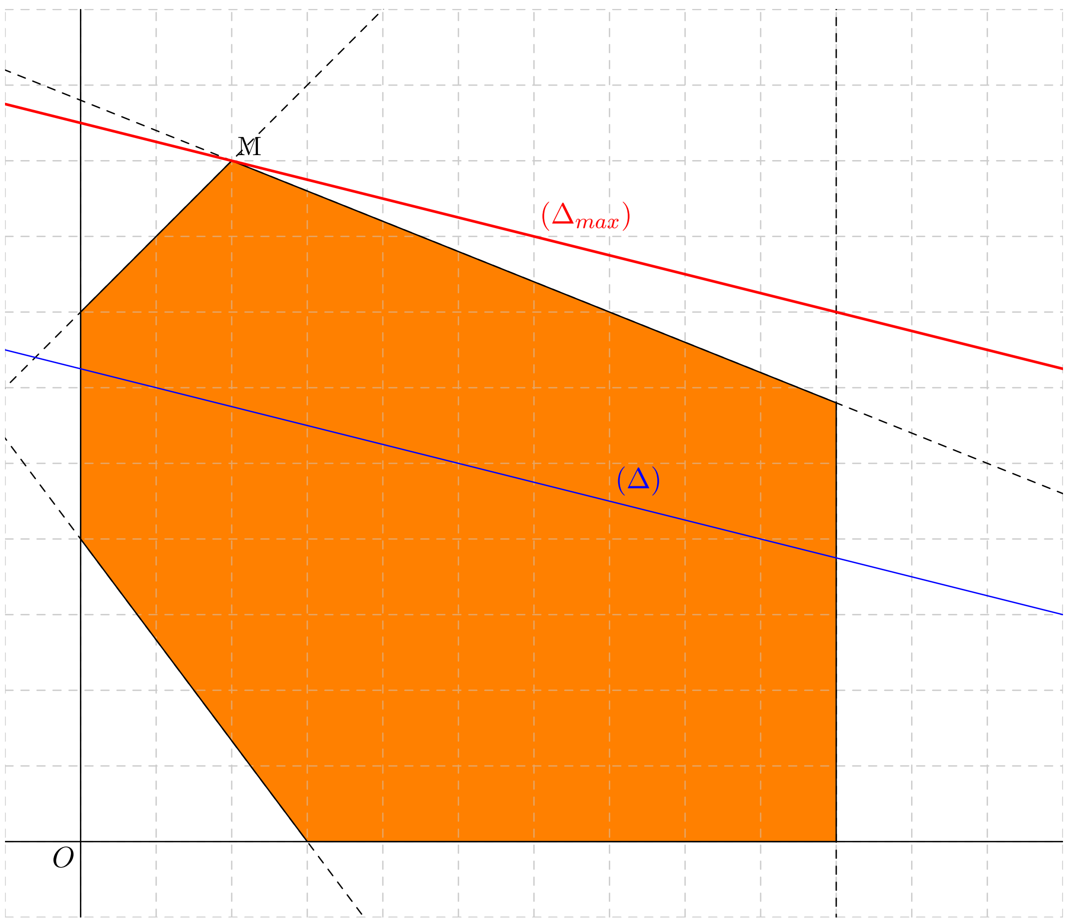
a) Exprimer le bénéfice réalisé sur les produits A pour un achat de x tonnes à M. Ysant.

b) Exprimer le bénéfice réalisé sur les produits B pour un achat de y tonnes à M. Griculteur.

c) En déduire que $b = 60x + 240y$.

4) Déterminer graphiquement le couple $(x_0 \,;\, y_0)$ pour lequel le bénéfice est maximal, tout en respectant les contraintes de production. Quel est alors le bénéfice ?

Illustration



Exercice 6

Dans une usine, on assemble des téléviseurs et des machines à laver. Les pièces détachées sont fournies par un grossiste. Étudions la production journalière de cette usine :
Les dix ouvriers de l'usine travaillent chacun sept heures par jour. Un ouvrier met une heure pour assembler et régler un téléviseur. Il met également une heure pour assembler une machine à laver.
Les pièces détachées nécessaires ont un coût respectif de 80 € pour un téléviseur et 40 € pour une machine à laver. Les services financiers ne permettent pas de dépasser une dépense journalière de 4400 €.
On estime qu'afin de pouvoir satisfaire aux commandes inopinées, il faut au moins un stock de 20 téléviseurs et 10 machines à laver chaque jour.
Si on appelle x le nombre de téléviseurs assemblés et y le nombre de machines à laver assemblées en un jour.

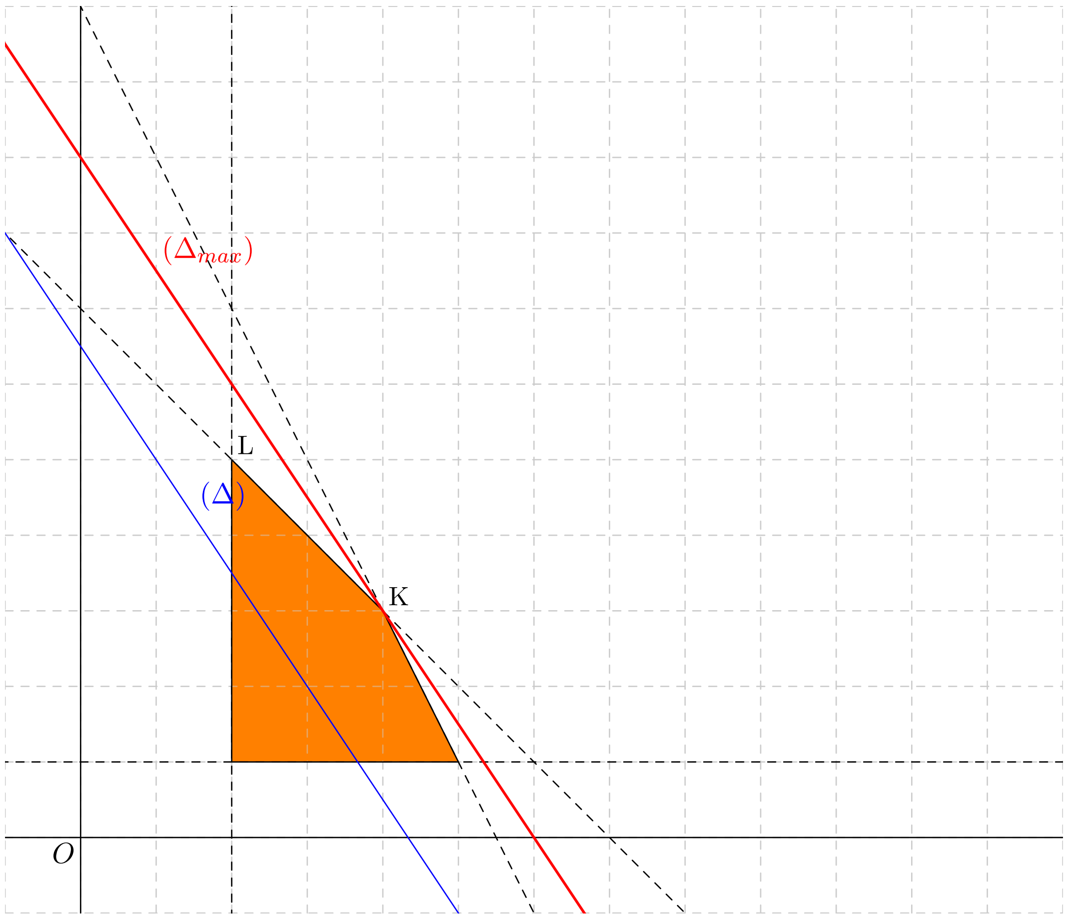
1) Écrire le système de contraintes. À quel ensemble de nombres appartiennent x et y ?

2) Résoudre graphiquement ce système.

3) L'usine revend les téléviseurs et les machines à laver avec un bénéfice net de 60 € pour un téléviseur et de 40 € pour une machine à laver.

- **a)** Calculer le bénéfice net correspondant à la fabrication de 30 téléviseurs et 20 machines à laver.
- **b)** Si on a fabriqué x téléviseurs et y machines à laver, exprimer le bénéfice B en fonction de x et y.
- **c)** Que faut-il produire pour avoir un bénéfice de 2600 € ?
- **d)** Déterminer graphiquement la production optimale pour laquelle le bénéfice est maximum. Quel est alors le nombre de téléviseurs et le nombre de machines à laver produits en une journée ?

Illustration



Exercice 7

Un chocolatier conditionne des assortiments avec deux sortes de chocolats : pralinés et à la liqueur. Il a constaté :

– qu'il ne vend pas plus de 250 kg de chocolats par semaine, qu'il doit mettre plus de chocolats à la liqueur que de pralinés pour que ses assortiments plaisent à la clientèle,

– que la quantité de pralinés doit être au moins égale à la moitié de la quantité de chocolats à la liqueur.

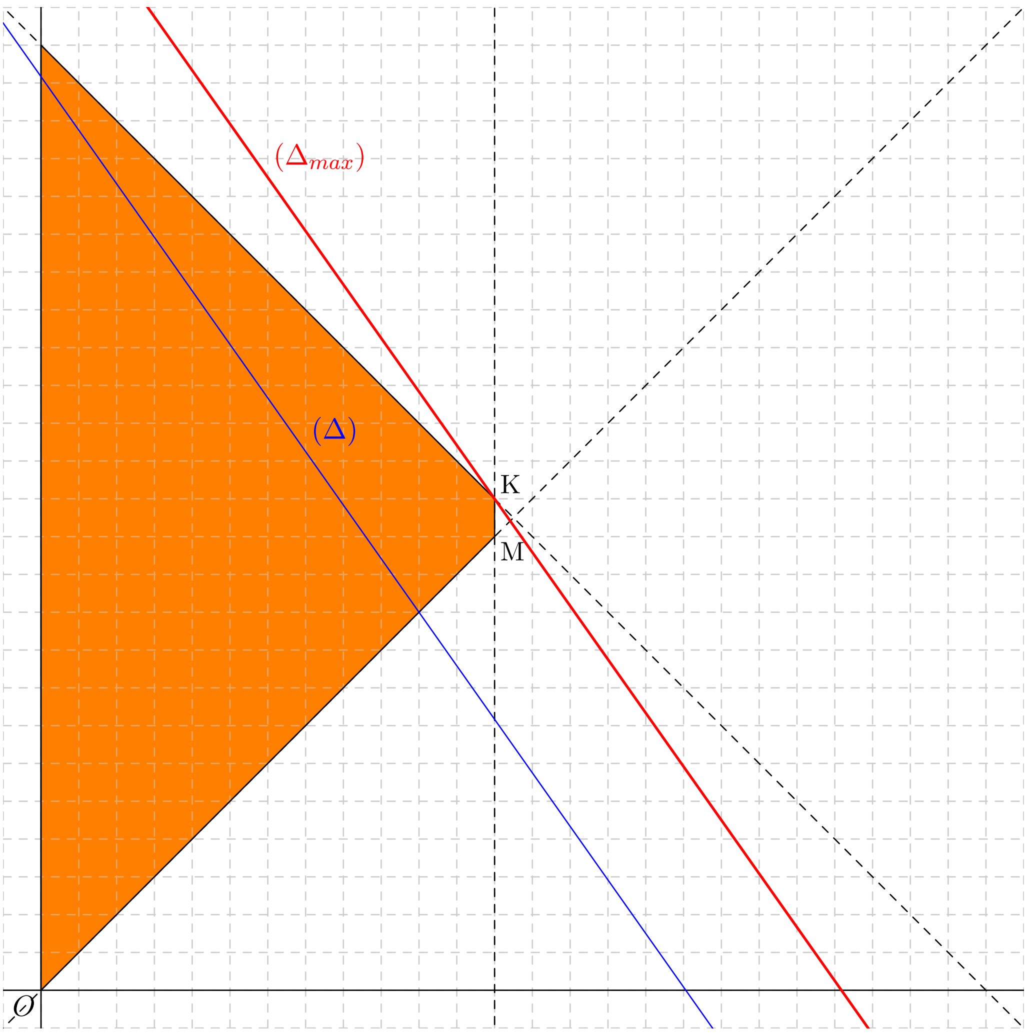
De plus, compte tenu de son équipement, il ne peut pas fabriquer plus de 120 kg de pralinés.

Il gagne 1,7 € par kg de pralinés vendu et 1,2 € par kg de chocolats à la liqueur vendu.

1) Quelle quantité de chocolats à la liqueur et pralinés le chocolatier doit-il vendre pour que le bénéfice soit maximal ?

2) On suppose qu'il conditionne les chocolats par boîtes de 500 g. Quelle est la composition de chaque boîte ?

Illustration

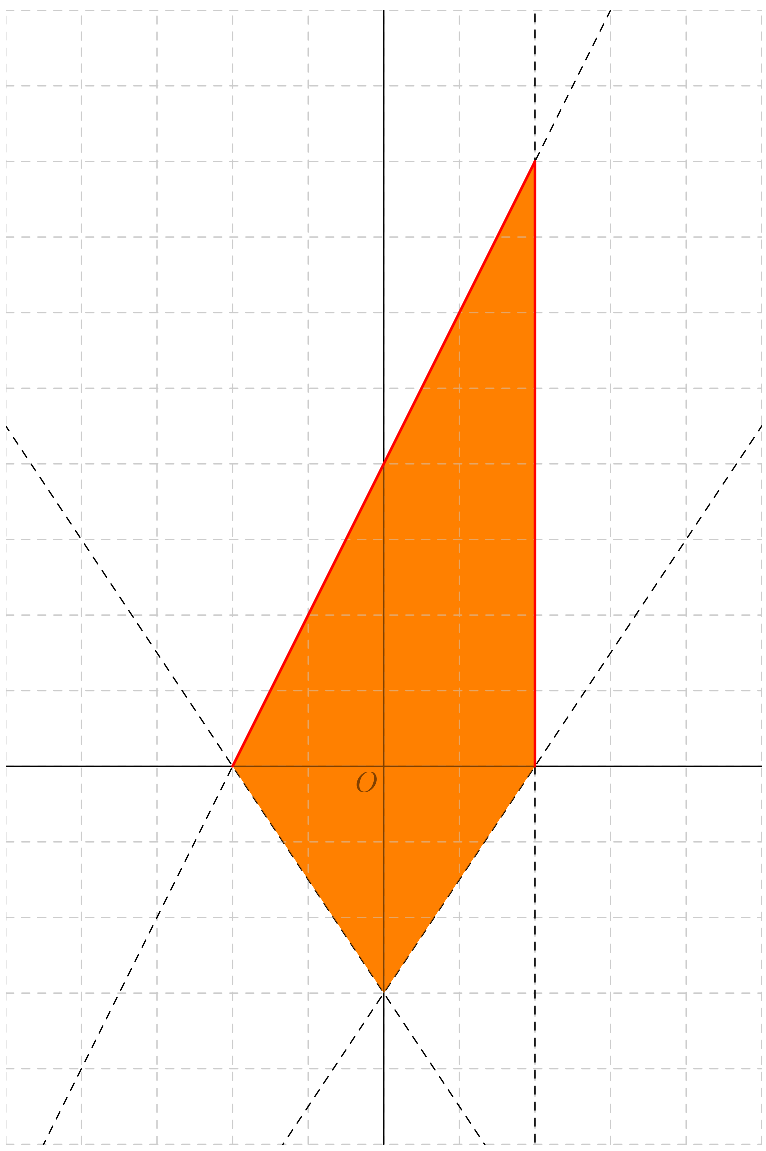


Exercice 8

Résoudre graphiquement ci-dessous le système suivant (on indiquera les calculs dans la copie et on précisera la légende et les frontières du domaine solution) :

$$(S) : \begin{cases} 2x - y + 4 & \geqslant & 0 \\ x & \leqslant & 2 \\ -3x + 2y + 6 & > & 0 \\ 3x + 2y + 6 & > & 0 \end{cases}$$

Illustration

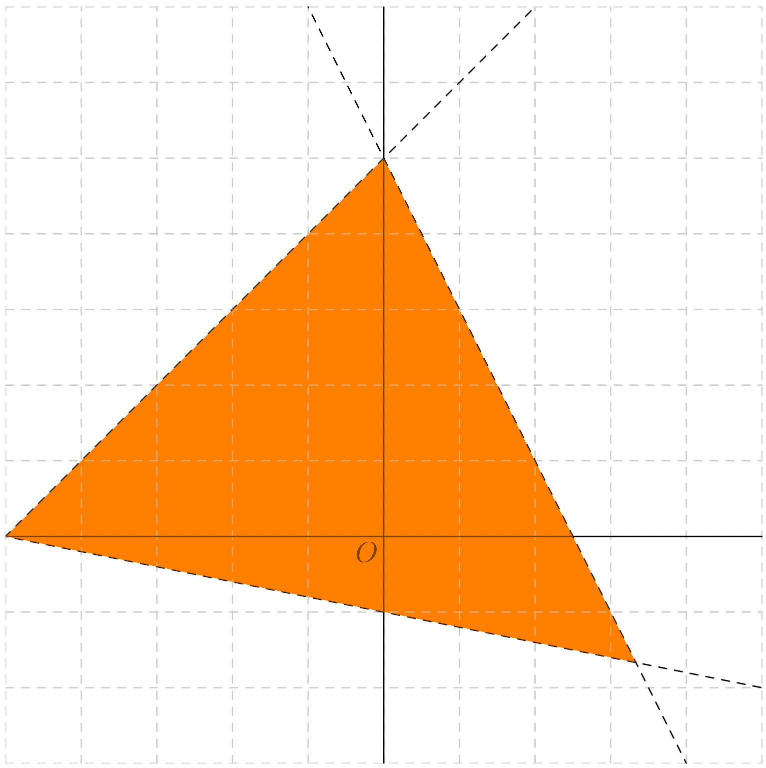


Exercice 9

Résoudre graphiquement le système d'inéquations suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+y & < & 5 \\ -x+y-5 & < & 0 \\ x+5y+5 & > & 0 \end{array}\right.$$

Illustration



Exercice 10

Un atelier de fabrication de palettes de manutention produit deux types de palettes comportant les éléments suivants :
– pour une palette de type A : 0,05 m^3 de bois et 100 clous,
– pour une palette de type B : 0,03 m^3 de bois et 150 clous.
L'atelier peut produire au maximum 1600 palettes par jour et dispose quotidiennement de 69 m^3 de bois et de 210000 clous.
À la vente, les bénéfices sont les suivants :
– palette de type A : 5 euros,
– palette de type B : 6 euros.
Dans la suite de l'exercice, on désignera par x le nombre de palettes de type A et y le nombres de palettes de type B produites quotidiennement.

1) Expliquer pourquoi le système des contraintes est le suivant :

$$\begin{cases} x \geqslant 0; \\ y \geqslant 0 \\ x + y \leqslant 1600 \\ 5x + 3y \leqslant 6900 \\ 2x + 3y \leqslant 4200 \end{cases}$$

2) On a tracé dans le repère ci-après trois droites D_1, D_2 et D_3.

a) Compléter :
– L'équation de ......est $x + y = 1600$.
– L'équation de ......est $5x + 3y = 6900$.
– L'équation de ......est $2x + 3y = 4200$.

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de D_2 et D_3.

3) Hachurer la partie du plan qui n'est pas solution du système proposé.

4) Donner deux productions possibles pour cet atelier.

5) On note b le bénéfice réalisé chaque jour par cet atelier.

a) Exprimer b en fonction de x et de y.

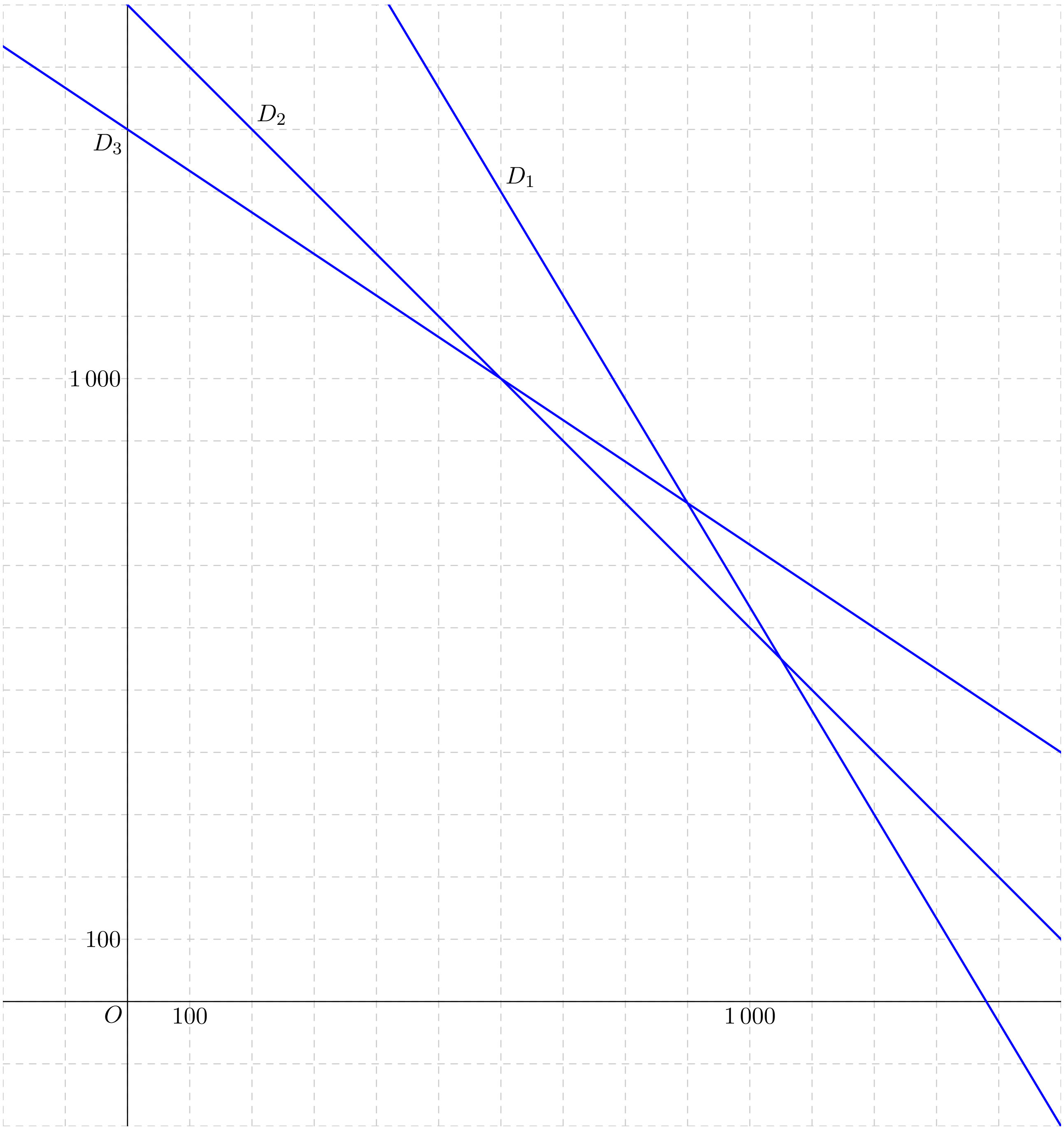
b) Représenter graphiquement la droite correspondant à bénéfice de 6000 €.

c) Tracer alors la droite correspondant au bénéfice maximal réalisable par l'atelier.

d) Déterminer le nombre de palettes de chaque type à fabriquer pour atteindre ce bénéfice maximal.

e) Calculer le bénéfice maximal en utilisant les questions 5a et 5d.

6) Dans le cas où le bénéfice maximal est atteint, reste-t-il du bois à la fin de la journée ? Combien ? Mêmes questions pour les clous.


D_2
D_3
D_1
1 000
100
O
100
1 000

Exercice 11

Exercice 12

Exercice 13

Exercice 14

Exercice 15

Exercice 16

Exercice 17

Exercice 18

Exercice 19

Exercice 20

Exercice 21

Exercice 22

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50