IRIS 2 – corrigé du devoir en classe n° 3

EXERCICE 1 – utilisation des tables du formulaire

1. *Loi de* POISSON

   X suit la loi de POISSON de paramètre $\lambda = 1{,}5$.
   En utilisant le formulaire, on obtient :

   a. $P(X = 1) = 0{,}251$ à 0,001 près.

   b. $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}809$ à 0,001 près.

   c. $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leqslant 2) = 0{,}191$ à 0,001 près.

2. *Loi normale*

   Y suit la loi normale $\mathcal{N}(13\ ;\ 1{,}5)$.

   a. $P(Y \leqslant 16) = P\left(\dfrac{Y-13}{1{,}5} \leqslant \dfrac{16-13}{1{,}5}\right) = P(T \leqslant 2)$ avec $T = \dfrac{Y-13}{1{,}5}$ qui suit la loi normale centrée réduite, donc $P(Y \leqslant 30) = \Pi(2) = 0{,}977$ à 0,001 près.

   b. $P(9{,}7 \leqslant Y \leqslant 15{,}1) = P(-2{,}2 \leqslant T \leqslant 1{,}4) = P(Y \leqslant 1{,}4) - P(Y < -2{,}2)$
   $P(9{,}7 \leqslant Y \leqslant 15{,}1) = \Pi(1{,}4) - \Pi(-2{,}2) = \Pi(1{,}4) - \left[1 - \Pi(2{,}2)\right] = \Pi(1{,}25) + \Pi(2{,}2) - 1$.
   Finalement, $P(9{,}7 \leqslant Y \leqslant 15{,}1) = 0{,}905$ à 0,001 près.

   c. $P(Y \leqslant a) = P\left(T \leqslant \dfrac{a-13}{1{,}5}\right) = \Pi\left(\dfrac{a-13}{1{,}5}\right)$.

   Comme $\Pi(1{,}53) = 0{,}937$ on a $P(Y \leqslant a) = 0{,}937$ si, et seulement si $\dfrac{a-13}{1{,}5} = 1{,}53$ d'où $a = 13 + 1{,}5 \times 1{,}53 = 15{,}295$ à 0,01 près.

EXERCICE 2 – approximation d'une loi binomiale par une loi normale

1. a. *Paramètres de la loi binomiale suivie par* X

   La loi binomiale suivie par X a pour paramètres $n = 40$ et $p = 0{,}386$.

   L'espérance mathématique est $E(X) = np = 40 \times 0{,}384 = 15{,}44$.
   L'écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{40 \times 0{,}384 \times 0{,}614} = 3$ à 1 près.

   b. *Probabilité que, sur* 40 *appareils vendus,* 20 *soient de la marque* A
   On doit calculer de $P(X = 40)$.
   On a $P(X = 40) = C_{40}^{20} \times (0{,}386)^{20} \times (0{,}614)^{20} = 0{,}043$ à 0,001 près.

2. a. *Probabilité de l'évènement « il y a exactement* 20 *appareils de marque* A *vendus » en calculant* $P(19{,}5 \leqslant Y \leqslant 20{,}5)$

   $P(19{,}5 \leqslant Y \leqslant 20{,}5) = P\left(\dfrac{19{,}5-15{,}44}{3} \leqslant \dfrac{Y-15{,}44}{3} \leqslant \dfrac{20{,}5-15{,}44}{3}\right) = P(1{,}35 \leqslant T \leqslant 1{,}69)$
   avec $T = \dfrac{Y-15{,}44}{3}$ qui suit la loi normale centrée réduite, donc,
   $P(19{,}5 \leqslant Y \leqslant 20{,}5) = P(T \leqslant 1{,}69) - P(T < 1{,}35) = \Pi(1{,}69) - \Pi(1{,}35) = 0{,}043$ à 0,001 près.

   b. *Probabilité de l'évènement « 20 au moins des appareils vendus sont de marque* A *» en calculant de* $P(Y \geqslant 19{,}5)$

   $P(Y \geqslant 19{,}5) = 1 - P(Y < 19{,}5) = 1 - P(T < 1{,}35) = 1 - \Pi(1{,}35) = 0{,}089$ à 0,001 près.